**Задание по математике на 18.09.21**

**Группа 3ПНГ11**

**Преподаватель : Кулагина А.С.**

**Тема: Корни натуральной степени из числа и их свойства.**

**(Законспектировать, выполнить задание)**

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Корнем *n*-ной степени из числа *a* называется такое число, *n*-ная степень которого равна *a*.
2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Арифметическим корнем *n*-ной степени из числа *а* называют неотрицательное число, *n*-ная степень которого равна *a*.

$\left\{\begin{array}{c}\sqrt[n]{a}=b\\a\geq 0\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}b^{n}=a\\b\geq 0\end{array}\right.$

(n-я степень b равна подкоренному выражению a)

Основное тождество $\left(\sqrt[n]{a}\right)=a$

* Число n называется показателем корня, а само число а - подкоренным выражением.
* При четном n существуют два корня n-й степени из любого положительного числа а; корень n-й степени из числа 0 =0 ; корней четной степени из отрицательных чисел не существует. При отрицательном n имеем один корень (отрицательный).
* Для корней нечетной степени справедливо равенство $\sqrt[n]{-a}=-\sqrt[n]{a}$

**Пример 1:**

1. $\sqrt[3]{27}=3 3^{3}=27-корень нечетной степени$
2. $\sqrt[6]{64}=2 т.к. 2^{6}=64-корень четной степени$
3. $\sqrt[3]{-8}=-2 т.к. \left(-2\right)=-8-$не арифметический корень, а $\sqrt[3]{8}=2-арифметический корень$

радикалом.

Если мы имеем с вами

1. Основные свойства арифметических корней *n*-ной степени.

Для любого натурального n, целого k и любых Неотрицательных чисел a и b выполнены равенства:

* 1. $\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\*\sqrt[n]{b}$
	2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \left(b\ne 0\right)$
	3. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a} (k>0)$
	4. $\sqrt[n]{a}=\sqrt[nk]{a^{k}} (k>0)$
	5. $\sqrt[n]{a^{k}}=(\sqrt[n]{a})$

**Пример 2:**

Найдите значение: а) $\sqrt[3]{8}$; б) $\sqrt[4]{\frac{81}{16}}$

а) $\sqrt[3]{8}=2, так как 2^{3}=8 и 2>0$

б) $\sqrt[4]{\frac{81}{16}}=\frac{3}{2}, так как\left(\frac{3}{2}\right) =\frac{81}{16} и \frac{3}{2}>0$

**Пример 3.**

Уравнение х4=81 имеет два корня: это числа 3 и – 3. Таким образом, существуют два корня четной степени из 81. При этом $\sqrt[4]{81}$ $-$ это неотрицательное число, т.е. $\sqrt[4]{81}=3$ а – 3 = $-$ $\sqrt[4]{81}$

**Пример 4.**

Решим уравнение: а) *х*5=$ -$11; б) *х*8=$ $7;

а) По определению корня n – й степени число *х* – корень пятой степени из – 11. Показатель корня – нечетной степени число 5, поэтому такой корень существует, и притом только один: это $\sqrt[5]{-11}$. Итак, $x=-\sqrt[5]{11}$

б) По определению корня n – й степени решением уравнения *х*8=$ $7 является число $\sqrt[8]{7}$. Так как 8 – число четное,$-\sqrt[8]{7}$ также является решением данного уравнения. Итак, $x\_{1}=\sqrt[8]{7},$ $x\_{2}=\sqrt[8]{-7}$.

Ответ запишем так: $x=\pm \sqrt[8]{7}$

**Пример 5. Преобразуем выражения: а)** $\sqrt[5]{8}∙\sqrt[5]{4};б) \sqrt[4]{5\frac{1}{16};} в) \sqrt[3]{\sqrt[5]{7}};г)\sqrt[21]{128};д) \sqrt[7]{128^{3}}.$

а) $\sqrt[5]{8}∙\sqrt[5]{4}=\sqrt[5]{8∙4}=\sqrt[5]{32}=2 (свойство 1^{0})$

$$б) \sqrt[4]{5\frac{1}{16}}=\sqrt[4]{\frac{81}{16}}=\frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{16}}=\frac{3}{2} (свойство 2^{0})$$

$$в) \sqrt[3]{\sqrt[5]{7}}=\sqrt[15]{7} (свойство 3^{0})$$

$$г)\sqrt[21]{128}=\sqrt[21]{2^{7}}=\sqrt[3]{2}(свойство 4^{0}) ;$$

$$д) \sqrt[7]{128^{3}}=\left(\sqrt[7]{128}\right)^{3}=2^{3}=8 (свойство 5^{0}).$$

**Пример 6. Сравним числа** $\sqrt[3]{2} и \sqrt[5]{3}$

Представим $\sqrt[3]{2} и \sqrt[5]{3}$ в виде корней с одним и тем же показателем: $\sqrt[3]{2}=\sqrt[15]{2^{5}}= \sqrt[15]{32,}и \sqrt[5]{3}=\sqrt[15]{3^{3}}=\sqrt[15]{27} (свойство 4^{0})$. Из неравенства $32>27$ по $свойство 6^{0}$ следует, что $\sqrt[15]{32}>\sqrt[15]{27}, $ и, значит, $\sqrt[3]{2}>\sqrt[5]{3}$.

**Пример 7. Решим неравенство:** $x^{6}>20.$

 Это неравенство равносильно неравенству $x^{6}-20>0.$ Так как функция

 $f\left(x\right)=x^{6}-20$ непрерывна, можно воспользоваться методом интервалов. Уравнение $x^{6}-20=0$ имеет два корня: $\sqrt[6]{20} и-\sqrt[6]{20.} $ Эти числа разбивают числовую прямую на три промежутка. Решение данного неравенства – объединение двух из них: $\left(-\infty ;-\sqrt[6]{20}\right)и (\sqrt[6]{20}; +\infty )$

**Вычислите:**

1)$\sqrt[3]{-125}$

2)$ \sqrt[8]{\left(-3\right)^{8}}$

3)$ \sqrt[3]{-1\frac{91}{125}}$

4)$ \sqrt[4]{81}+\sqrt[3]{-27}$

5) 2$\sqrt[11]{13}-5\sqrt[11]{13}+3\sqrt[11]{13}$

6) $\left(\sqrt{14}\right)^{2}-\sqrt[4]{13^{4}}+\left(\sqrt[6]{20^{2}}\right)^{3}$

7) $\sqrt[3]{9}∙\sqrt[3]{3}+\frac{\sqrt[7]{8^{5}}}{\sqrt[7]{2}}$

8) $\left(\sqrt{17}-\sqrt{15}\right)\left(\sqrt{17}+\sqrt{15}\right)$

9) $\left(\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{3}\right)\left(\sqrt[3]{36}+\sqrt[3]{18}+\sqrt[3]{9}\right)$

10) $\left(\sqrt[4]{7}-1\right)\left(\sqrt[4]{7^{3}}+\sqrt[4]{7^{2}}+\sqrt[4]{7}+1\right)$

11) $\left(\sqrt[4]{72}-\sqrt[4]{32}\right)\left(\sqrt[4]{18}+\sqrt[4]{8}\right)$

12)$ \left(\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)\left(\sqrt{18}-\sqrt{8}\right)$

13) $\frac{61}{5-\sqrt[3]{3}}-\frac{15+3\sqrt[3]{3}}{2\sqrt[3]{9}}$

14) $\frac{1}{9+\sqrt[3]{54}+\sqrt[3]{4}}-\frac{\sqrt[3]{-2}}{25}$