**Тема 2. Основы гидростатики**

План

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | Гидростатическое давление. Основное уравнение гидростатики. Закон Паскаля. Поверхность равного давления |
| 2. | Сообщающиеся сосуды. Гидростатический парадокс. |
| 3. | Давление жидкости на стенки труб и вертикальных резервуаров. |
| 4. | Закон Архимеда. Равновесие в покоящейся жидкости. |
| 5. | Использование законов гидростатики в технике (измерение давления, вакууму, плотности, гидравлический пресс). |

1. Гидростатическое давление. Основное уравнение гидростатики. Закон Паскаля. Поверхность равного давления.

Распределение давления в покоящейся жидкости находится из урав­нений равновесия Эйлера:



 или  (1)

,

в которых вектор ** с компонентами *(X, Y, Z)* называется плот­ностью массовых сил или напряжением массовых сил (массо­вая сила, рассчитанная на единицу массы; размерность — ускорение). Дифференциальное уравнение поверхности равного давления (изобариче­ской поверхности) имеет вид

. (2)

Поверхность раздела между жидкой и газообразной средой называет­ся свободной поверхностью.

В однородной несжимаемой жидкости *(ρ = const)*, находящейся в равновесии под действием силы тяжести *(X=0, Y=0, Z*= — *g ,* осъ *z* направлена вверх), распределение давления определяется из выражения

 (3)

где *р*0 *—* давление в точках горизонтальной плоскости с координатой *z*0 (в качестве такой плоскости чаще всего выбирается свободная поверх­ность жидкости); *z* — координата точки, в которой определяется давле­ние *р; h* = *z*0 — *z —* глубина погружения рассматриваемой точки по от­ношению к плоскости с координатой *z*0 ; *g* — ускорение свободного па­дения (рис. 1.).

Формула (3) носит название основного уравнения гидро­статики. Из нее следует закон Паскаля: изменение давления в ка­кой-либо покоящейся и продолжающей оставаться в покое точке жид­кости передается одинаковым образом всем точкам этой жидкости. В совершенном газе, т.е. газе, подчиняющемся закону Клапейрона, находящемся в равновесии под действием силы тяжести, распределение давления при условии постоянства температуры по высо­те *(Т— const)*

определяется барометрической формулой

 (4)

где *р0 , ρ0*— соответственно абсолютное давление и плотность газа в точках горизонтальной плоскости с координатой *z0 .* Из формулы (4) можно найти высоту

 (5)

Эта формула называется формулой барометрического ниве­лирования, так как позволяет определять разность высот по показа­ниям двух барометров.



Рис. 1. Закрытый сосуд с покоящейся жидкостью (справа показана вертикальная открытая трубка *—*пьезометр)

Из формул (4) и (5) следует, что поверхностями равного давления для жидкости и газа, находящихся в абсолютном покое, являются горизонтальные плоскости

*z = const*.

Простейшим прибором для измерения давления в сосуде с жид­костью является пьезометр, представляющий собой вертикальную, открытую сверху стеклянную трубку, присоединяемую к сосуду (см. рис. 1.). Пьезометр измеряет избыточное давление на поверхности жидкости в сосуде; пьезометрическая высота равна

 (6)

где *p*a *—* атмосферное давление.

Назовем пьезометрической поверхностью поверхность, прохо­дящую через уровень жидкости в пьезометре, или, что то же, поверх­ность, на которой давление равно атмосферному.

Если *р0 > р*а *,* то *Δр> 0*, и пьезометрическая поверхность распола­гается выше уровня жидкости в сосуде; если *p0 <р*а, то *Δр* *<0,* и она находится ниже уровня жидкости; если *р0 = р*а*,* то пьезометрическая поверхность совпадает с поверхностью жидкости.

Для измерения давления применяются следующие приборы: баро­метры измеряют атмосферное давление, манометры — избыточное, вакуумметры — вакуум; для измерения разности давления в двух точках применяются дифференциальные манометры.

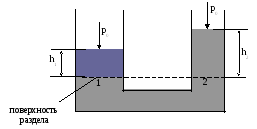
2. Сообщающиеся сосуды. Гидростатический парадокс.

Для каждой жидкости в отдельности справедливо уравнение https://studfiles.net/html/2706/278/html_z56mUgKyr1.wfVo/img-cM67ag.png. Используем его для определения высот столбов h1 и h2. Рассмотрим случай, когда на свободной поверхности жидкостей давления одинаковы и равны р0

Так как все точки поверхности раздела принадлежат однородной жидкости, то эта поверхность является одновременно и поверхностью равного давления. Поэтому

https://studfiles.net/html/2706/278/html_z56mUgKyr1.wfVo/img-TG3keT.png; https://studfiles.net/html/2706/278/html_z56mUgKyr1.wfVo/img-R1Fim1.png;https://studfiles.net/html/2706/278/html_z56mUgKyr1.wfVo/img-8mQREd.png

а, следовательно, https://studfiles.net/html/2706/278/html_z56mUgKyr1.wfVo/img-9ZhOIT.pngилиhttps://studfiles.net/html/2706/278/html_z56mUgKyr1.wfVo/img-2jQH7u.png, т. е. в сообщающихся сосудах с одинаковым давлением на свободной поверхности высоты столбов обратно пропорциональны плотностям жидкостей.

Рис. 2. Сообщающиеся сосуды

Величина силы весового давления жидкости на дно резервуара зависит только от плотности этой жидкости, площади дна и глубины его погружения под свободной поверхностью. При этом вес жидкости, налитой в сосуд, может отличаться от силы давления, оказываемого ею на дно, т.е. силы давления жидкости на дно резервуара не зависят от его формы и количества жидкости https://studfiles.net/html/2706/278/html_z56mUgKyr1.wfVo/img-cSvbJD.png;https://studfiles.net/html/2706/278/html_z56mUgKyr1.wfVo/img-WiVTr9.png

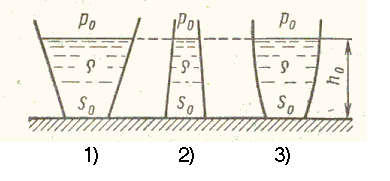


Рис. 3. Гидростатический парадокс.

**Вопросы для самоконтроля**

1. Какие виды давления Вы знаете и какими приборами они изме­ряются?

2. Каково численное соотношение между единицами давления "паскаль" и "техническая атмосфера"?

3. Как запишется основное уравнение гидростатики, если известно *рИ* на свободной поверхности жидкости и требуется определить абсолют­ное давление в нижерасположенной точке?

4. Какой вид давления обязательно используется в формулах баро­метрической и барометрического нивелирования?

5. Где расположена пьезометрическая поверхность для открытого сосуда с жидкостью?

2. Давление жидкости на стенки труб

и вертикальных резервуаров

Если на плоскую стенку *АВ* (рис. 4), наклоненную под углом *α* к горизонту, с одной стороны действует жидкость, а с другой — атмо­сферное давление, то скалярная величина равнодействующей сил давления, воспринимаемая стенкой,

 (7)

где *рТ —* абсолютное давление в центре тяжести смоченной части стенки (точка *T* на рис. 4); *р*a— атмосферное давление; *s*—площадь смо­ченной части стенки; *Δp* = *р0 - Р*а *= ρgh* — разность между абсолют­ным давлением *p0* на свободной поверхности жидкости и атмосферным давлением; *hT* — расстояние по вертикали от центра тяжести смоченной части стенки до свободной поверхности жидкости; *hП* — расстояние по вертикали от свободной поверхности до пьезометрической плоскости *(hT >0;* *hП >0* или *hП* <*0).*

Точка пересечения линии действия силы  c плоскостью стенки называется центром давления (точка *D* нарис. 4).

Положение центра давления относительно пьезометрической плос­кости определяется выражением

 , (8)

где *lD* и *lT* — соответственно расстояния до центра давления и центра тяжести, отсчитываемые вдоль плоскости стенки от линии пересечения ее с пьезометрической плоскостью (см. рис. 4); *J* — момент инерции площади смоченной части стенки относительно горизонтальной оси, про­ходящей через ее центр тяжести.



Рис. 4. Наклонная плоская стенка *АВ,* на которую действует жидкость, нахо­дящаяся в закрытом резервуаре, с силой *Р*

Расстояние между центром давления и центром тяжести равно

 (9)

где *lT* можно найти по формуле (см. рис. 4)

 . (10)

Возможны три варианта положения центра давления относительно центра тяжести:

1) при *hП + hT > 0* центр давления лежит ниже центра тяжести, а сила Р действует на стенку со стороны жидкости;

2) при *hП + hT < 0* (вакуум в центре тяжести) центр давления ле­жит выше центра тяжести, а сила *Р* действует со стороны несмоченной поверхности стенки;

3) при *hП + hT = 0* сила *Р = 0*, поэтому понятие центра давления теряет смысл; в этом случае верхняя часть стенки находится под дейст­вием сил, направленных внутрь жидкости, а нижняя — от нее, поэтому возникает пара сил.

Если ось *l* является осью симметрии стенки, то центр давления (точка D) лежит на этой оси.

Для несимметричных стенок нужно найти горизонтальное смещение центра давления *Δх',* определяемое по формуле

, (11)

где *— Jx'**l'* центробежный момент инерции смоченной площади относи­тельно осей *х'* и *l'* (ось *l'* совпадает по направлению с осью *l*, но ее начало отсчета лежит в точке *Т).*

#### Вопросы для самоконтроля

1. Как определяется равнодействующая сил давления на твердую поверхность и что понимается под символом *рT*?

2. Может ли равнодействующая сил давления действовать с внешней стороны твердой поверхности, где жидкости нет?

3. Что такое центр давления?

4. Может ли центр давления располагаться выше центра тяжести смо­ченной части плоской поверхности?

4. Закон Архимеда.

Равновесие в покоящейся жидкости.

Сила статического давления жидкости на криволинейные стенки.

Из теоретической механики известно, что в общем случае система сил давления, приложенных к криволинейной поверхности, приводится к главному вектору и главному моменту сил давления. В частных слу­чаях (сфера, цилиндр с вертикальной или горизонтальной осью) силы давления приводятся только к равнодействующей (главному вектору).

Равнодействующая сил давления *Р* определяется из выражения

 (12)

Положение в пространстве вектора силы  задано направляющими косинусами

 (13)

Примем, что ось *z* направлена вертикально вверх.

Горизонтальная составляющая *РГ (Рx* или *Рy )* определяется по формуле

*PГ**= (pT + p*а*) sB* , (14)

где *sb* — площадь проекции рассматриваемой криволинейной поверх­ности на вертикальную плоскость, нормальную к соответствующей оси координат *( yoz* для силы *Рх , xoz* для силы *Рy )*; *рT* — абсолютное дав­ление в центре тяжести площади *sb ; р*а — атмосферное давление.

Формула (13) аналогична формуле (14), используемой для слу­чая определения силы давления на плоские поверхности, где роль послед­ней исполняет вертикальная проекция криволинейной поверхности.

Направление действия силы *PГ* зависит от знака величины *рТ — р*а (при *рТ - р*а *> 0* - наружу, при *рТ - р*а *< 0* - вовнутрь жидкости), при­чем линия ее действия проходит через центр давления площади *sb* .

Вертикальная составляющая силы определяется весом тела давления

*Pz = ρgVТ.Д..* , (15)

где *VТ.Д..* *—* объем тела давления.

Телом давления называется объем, ограниченный рассматривае­мой криволинейной поверхностью, ее проекцией на пьезометрическую поверхность и боковой цилиндрической поверхностью, образующейся при проектировании (рис.5).



Рис. 5. Схема сосуда с жидкостью, огра­ниченного криволинейными поверхностями (показаны элементарные составляющие сил давления жидкости на стенки сосуда)

Для криволинейной поверхности *ABC* (см. рис. 5) телом давле­ния будет фигура *ABCEFA,* для криволинейной поверхности *ADC -ADCEFA.*

Направление действия вертикальной составляющей *РГ* зависит от направления элементарных составляющих этой силы.

На примере рис. 5 видно, что давление в любой точке криволиней­ных поверхностей, как *ABC,* так и *ADC*, избыточное (пьезометричес­кая плоскость лежит выше этих поверхностей). Следовательно, элемен­тарные силы давления *dP,* действующие по нормали к касательной в лю­бой точке этих поверхностей, направлены наружу. Разложение их на составляющие показывает, что вертикальная сос­тавляющая силы действует на поверхность *ABC* вверх, а на поверх­ность *ADC —* вниз (их результирующая сила направлена вниз и равна весу реальной жидкости в объеме *ABCD,* являющемся результирующим объемом двух тел давления).

Линия действия вертикальной составляющей силы  проходит через центр тяжести рассматриваемого тела давления.

Закон Архимеда: на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила *A,* равная по величине весу жидкости в объеме погруженной части тела *V:*

 (16)

Выталкивающая (Архимедова) сила приложена в центре тяжести

объема погруженной части тела, называемом центром водоизмещения.

Плавающее тело обладает остойчивостью (способностью возвра­щаться в состояние равновесия после получения крена) в случае, если точка пересечения линии действия выталкивающей силы с осью плава­ния (метацентр) лежит выше центра тяжести тела.

5. Использование законов гидростатики в технике (измерение давления, вакууму, плотности, гидравлический пресс).

Работа ряда измерительных приборов, машин и механизмов основана на законах гидростатики и гидродинамики.

Давление измеряют пьезометрами, жидкостными и механическими манометрами, вакуумметрами. Пьезометр  это открытая сверху стеклянная трубка диаметром 5-10 мм, имеющая измерительную шкалу, по которой отсчитывают высоту столба жидкости. Нижний конец пьезометра опускают в жидкость до уровня точки, в которой измеряют давление. Под действием атмосферного давления жидкость поднимается по трубке на определенную высоту.

Жидкостные манометры отличаются от пьезометров тем, что давление в них измеряют столбом ртути.

Механические манометры бывают пружинные и мембранные. У пружинных манометров стрелка, показывающая давление по шкале, соединена с пружиной, на которую давит среда, а в мембранных  па мембрану. Этими манометрами измеряют высокие давления.

Вакуумметры (жидкостные и механические) служат для измерения вакуума (разрежения), т. е. давления меньше атмосферного. Конструкция и принцип действия вакуумметров аналогичны конструкции и принципу действия манометров.

На использовании закона Паскаля основано устройство гидравлических   прессов,     гидравлических     домкратов, гидроприводов компрессоров высокого давления и других гидравлических машин. Эти машины обычно имеют два сообщающихся между собой цилиндра, диаметр одного из них во много раз больше диаметра другого.

**Вопросы для самоконтроля**

1. В чем сходство и различие формул для определения горизонталь­ной составляющей силы давления жидкости на криволинейную поверх­ность и силы давления на плоскую поверхность?

2. Что называется "телом давления"?

3. Если в нижней точке криволинейной поверхности в жидкости, на­ходящейся над ней, вакуум, то как по отношению к этой поверхности располагается "тело давления" и каково направление вертикальной составляющей силы давления?

4. Если тело тонет, то куда направлена Архимедова сила?